

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – settembre 2026



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6} \cdot \log(x + 5)}{\log(x + 6)}$$

Dominio	$E = (-5, 2] \cup [3, +\infty)$
Positività	$P = (-4, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-4; 0) \ B(2; 0) \ C(3; 0) \ D\left(0; \sqrt{6} \cdot \log 5 / \log 6\right)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 6x} - \sqrt{4x^2 + 3x - 3} \right)$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^3 + e^{4x-8} \cdot x^2 + 2x}{x \cdot \log(x^2 - 3)}$

Soluzioni	$-9/4; \ 5/4$
-----------	---------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^3 - 4x^2 - x + 10)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x-3) \cdot (x-1) \cdot (x+3) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-3; -50e^{-3}) \quad M(1; 6e) \quad m(3; -2e^3)$ cresce in $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{1}{6}x \cdot (x^2 - 3x + 9) - 3(x+1) \cdot \log(x+1)$

Derivata prima	$f' = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 6 \log(x+1) - 3) \quad E = (-1, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{x+1}$
Insieme di convessità Flessi	$F(2; 7/3 - 9 \log 3)$ convessa in $(2, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + 8x - 2}{x^2 + x - 2}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 1\}$
As. verticali	$x = -2$ e $x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x - 8$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\frac{x+4}{3x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int (x^3 \cdot e^{2x}) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{3}(x + 2 \log 3x+6)$ $\frac{1}{3} \left(1 + \log\left(\frac{9}{4}\right) \right) \approx 0,6036$
Integrale indefinito	$\frac{1}{8} e^{2x} \cdot (4x^3 - 6x^2 + 6x - 3) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + k \cdot y - 2z = -1 \\ k \cdot x + 3y + 2z = 2 \\ 2x + k \cdot y - 4z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 4$: incompatibile $k \neq -3; 4$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{7k+18}{k^2-k-12}; y = \frac{6k+22}{-k^2+k+12}; z = \frac{5k^2+2k-42}{-2k^2+2k+24}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 3x^2 - 2x \cdot y - 2x + 3y^2 + 2y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 2y = 1$.

Derivate parziali	$f_x = 6x - 2y - 2 \quad f_y = -2x + 6y + 2$
Estremi liberi	$m(1/4; -1/4) \quad z = 1/2 \quad H = 32$
Estremi vincolati	$m(1/2; 0) \quad \lambda = 1/2 \quad z = 3/4$ $H = -64$

Domande teoriche.

- 1) La classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4*)
- 2) Enunciato e significato geometrico del teorema di Lagrange con esempio (punti 2, 4*)
- 3) Significato geometrico e proprietà dell'integrale definito (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*